

Análisis de intervención de series de tiempo y su aplicación
a la producción de sedimentos, en la cuenca del río
Texcoco, Mexico

Salvador Adame y Martha E. Ramírez

Resumen Abstract

La cuenca del río Texcoco cubre una superficie de 2940 ha. En su parte media (piedemonte) existía un proceso de degradación de suelos por erosión hídrica muy severa, derivado de un fuerte acarcavamiento del terreno generador de una alta producción de sedimentos. Para solucionar dicho problema, en 1978 se realizó un manejo integral de la cuenca a través del terraceo de 350 hectáreas, la construcción de 29 presas de control de azolves y la reforestación de una superficie de 50 hectáreas. El objetivo de este estudio es aplicar el Análisis Estadístico de Intervención de Series de Tiempo, para evaluar el impacto del manejo integral de una cuenca, sobre la variable hidrológica de producción de sedimentos. El análisis se realizó en el programa Statistical Analysis System (SAS), y la serie de datos de sedimentos es de 1961-1990. Para ello, se efectuó un análisis estadístico de datos anuales y mensuales. Los resultados, para el primero indican una significativa disminución de las variables cercanas a 82% y la prueba t de Student indicó diferencias significativas entre las medias de cada variable, y para el segundo análisis, el modelo identificado fue un estacional multiplicativo de promedios móviles de orden 1, 2, y 12, y el abatimiento de azolves con esta técnica fue del 83%.

Palabras clave: Modelos de análisis de intervención, series de tiempo, manejo de cuencas, erosión, producción de sedimentos, conservación de suelos

The Texcoco river basin comprises an area of 2,940 ha. In its middle portion (piedmont), soil degradation through severe hydric erosion has taken place derived from an erosion of the land into gullies, which has produced a high yield of sediment. In order to resolve such a problem, in 1978 an integrated management of the basin was implemented by means of terracing 350 hectares, building 29 silt-control dams, and reforesting a surface of 50 hectares. The object of this study is to apply a statistical analysis to series intervention over time, to evaluate the impact of integrated management on a basin taking the hydrological variable of sediment production. The analysis was conducted using the Statistical Analysis System (SAS) program and sediment production data from 1961-1990. A statistical analysis was performed using yearly and monthly data. Results indicate a significant reduction of variables under analysis in a magnitude very close to 82%, while the t-Student test showed significant difference between means of each variable. A moving average multiplicative seasonal model of orders 1, 2 and 12 was used in the second analysis. The results indicated that from the time of implementation of the management project, sediment production decreased by 83%.

Key words: Intervention analysis models, time series; watershed management; erosion; sediment yield;

1. Introducción

La concentración de riqueza, servicios públicos, empleos, educación y otras oportunidades generadas por el desarrollo en la Ciudad de México, atrajo la migración de poblaciones rurales que contribuyeron al desarrollo industrial, pero también al deterioro del medio ambiente de la Cuenca de México. Esta, zona presentaba un alto grado de deterioro en la parte del ex-lago de Texcoco, que afectaba de forma directa e indirecta a la población de la ciudad, debido a la formación de tolveneras, la erosión del suelo agrícola, y los problemas de inundación ligados a la cuenca, o de abasto de agua potable.

Para contribuir a resolver la problemática citada, en 1971 se creó la Comisión del Lago de Texcoco, con la finalidad de rehabilitar y conservar el área del vaso de Texcoco, y así controlar las tolveneras y aprovechar al máximo el agua que se pudiera captar en la cuenca para fines agrícolas, industriales, entre otros. Además, realizar diversas obras en la parte alta, constituida por once ríos de la cuenca, para controlar la erosión, inducir la recuperación forestal y comenzar la rehabilitación de los suelos (SRH, 1972).

En la parte alta, de la Vertiente Oriental de la Cuenca de México, se encuentra la cuenca del río Texcoco, con una superficie de 2,940 ha, de las cuales 396.4 ha, estaban severamente erosionadas e incluso se había perdido la capa superficial del suelo, lo cual dejó expuesto el material subyacente, denominado “tepetate” que son suelos volcánicos que presentan en sus perfiles horizontes endurecidos, en América Latina también se les conoce como talpetate y/o congahua (Miehlich, 1992, Zebrowski, 1992 y Flores y otros, 1996). Lo anterior, dio lugar a que estos suelos dejarán de ser productivos por la dureza y escasa fertilidad del tepetate, y se reportan pérdidas de suelo de 16.1 t/ha/año (Figueroa, 1975) que fueron el principal aporte de sedimentos al lago de Texcoco.

Para recuperar la zona erosionada, reducir la producción de sedimentos y aumentar la recarga del acuífero, la Ex- Comisión del Lago de Texcoco realizó un manejo integral de la cuenca del río Texcoco, consistente en el terraceo de 349.2 ha, la construcción de 29 presas de control de azolves (gaviones y mampostería) y la reforestación de una extensión de 50.1 hectáreas.

Por otra parte, un análisis estadístico que tradicionalmente se había realizado para caracterizar las variables hidrológicas era la prueba de *t* de Student's, principalmente para medir un cambio en la media de la serie de los datos. En el presente trabajo de investiga-

ción el valor promedio de sedimentos antes y después de 1978 se compararon (1978 siendo el año de intervención), mediante la prueba estadística *t* de Student. El valor medio anual de producción de sedimentos fue de 7,845 m³ (antes del manejo) y de 1,461 m³ (después del manejo), resultando una diferencia de 6,384 m³, equivalente a 81.4%, y que puede atribuirse a las prácticas y obras de conservación del suelo y agua.

Pero la prueba de *t* sólo es válida si las observaciones antes y después del evento o intervención son independientes y las variables hidrológicas son en forma de series de tiempo, es decir, son observaciones sucesivas y serialmente dependientes y, con un efecto estacional. Condición que cumple sólo el Análisis de Series de Tiempo.

El análisis de serie de tiempo de Intervención desarrollado por Box y Tiao (1975) permite identificar los cambios en una serie de datos que se presentan como una serie de tiempo, y que son consecutivamente y serialmente dependientes teniendo un efecto estacional. Esta condición es solo también para determinar la magnitud del cambio cuando un suceso o una intervención tiene lugar.

El objetivo de este estudio es aplicar el Análisis Estadístico de Intervención de Series de Tiempo, para evaluar el impacto del manejo integral de una cuenca, sobre la variable hidrológica de producción de sedimentos.

2. Modelos de Series de Tiempo

2.1 Modelos de Box y Jenkins

En 1976, Box y Jenkins presentaron los modelos ARMA y ARIMA para la construcción de modelos de series de tiempo. Los modelos ARMA, son el resultado de los procesos mezclados de los modelos autorregresivos (AR) y de promedios móviles (PM). El proceso ARMA (*p,q*) se denota como:

$$\phi(B)X_t = \theta(B)a_t \dots\dots\dots(1)$$

Donde:

$f(B)$ y $q(B)$ = Polinomios de retraso de orden p y q , respectivamente. Y sus raíces deben encontrarse fuera del círculo unitario.

X_t = Serie de tiempo

$B^r X_t$ = Operador de retraso ($B^r X_t = X_{t-r}$)

$f(B)$ = Polinomio autorregresivo, de orden p , esto es:

$$f(B) = 1 - f_1 B - f_2 B^2 - \dots - f_p B^p$$

$q(B)$ = Polinomio de promedios móviles, de orden q , esto es:

$$q(B) = 1 - q_1 B - q_2 B^2 - \dots - q_q B^q$$

a_t = Ruido blanco (error aleatorio)

$$a_t \sim N(0, \sigma^2)$$

La diferencia de los modelos ARIMA con los ARMA, es que se aplica el operador diferencia para eliminar una posible tendencia polinomial de orden d . En la práctica d toma los valores de 0, 1 ó a lo más 2 (Box y Jenkins, 1976).

Un modelo ARIMA (p, d, q) indica que está formado de un polinomio autorregresivo de orden p , de una diferencia de orden d y de un polinomio de promedios móviles de orden q . Así por ejemplo:

$$f(B) \nabla^d X_t = q(B) a_t \quad d \geq 1 \dots\dots\dots(2)$$

Donde:

∇^d = Operador diferencia

Por otra parte, Box y Jenkins (1976), definen tres procesos en el modelado de series de tiempo, los cuales se describen a continuación.

Identificación

De acuerdo con Guerrero (1991), la identificación tiene como objetivo principal determinar tentativamente el orden de los polinomios autorregresivos y de promedios móviles, así como el número de veces que deberá aplicarse el operador diferencia para cancelar la no-estacionariedad homogénea. La propiedad de estacionaridad significa que el proceso está en un estado de equilibrio estadístico.

Es decir, su comportamiento estadístico no cambia a través del tiempo (Nazem, 1991).

Para volver estacionaria la serie es preciso estabilizar la varianza y estabilizar el nivel (media). Se debe diferenciar a la serie original (X_t), las veces que sea necesario para lograr la estacionariedad. Luego se identifica el proceso ARMA. Para lograr lo anterior, se apoyará con las gráficas de la función de autocorrelación y la función de autocorrelación parcial.

El término auto se refiere a sí mismo en el sentido que el coeficiente de autocorrelación es la correlación entre las observaciones de la misma serie, pero separada por algunos retrasos o lags en el tiempo. Así, uno puede calcular una sucesión de correlaciones para valores diferentes de retrasados. Este conjunto de valores, corresponden al retraso y a la autocorrelación retrasada, a lo cual se le llama función de autocorrelación (Beauchamp y otros., 1989).

Estimación

Una vez identificado un modelo de series de tiempo, se deben encontrar estimadores eficientes para los parámetros del modelo (Bruce y otros, 1983). Una vez conocido el orden del polinomio autorregresivo y de promedios móviles p y q , así como el grado de diferenciación, se dice que el modelo:

$$\phi(B)^d X_t = \theta(B) a_t \dots\dots\dots (3)$$

Esto es:

$$\left(1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p\right)^d X_t = \left(1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q\right) a_t \dots\dots\dots (4)$$

Resulta adecuado para representar a la serie

Verificación del modelo

Esta etapa consiste en verificar que los supuestos básicos del modelo se cumplan. Esto es, que los errores tengan distribución normal con media cero, varianza constante e independientes, de no

ser así, se procede a repetir las etapas anteriores, hasta que se cumplan éstos.

2.2 Series de tiempo estacionales

Es una serie que tiene una tendencia de larga duración, que muestra fluctuaciones y que se repiten cada determinado número de observaciones, quizá con cambios graduales a través de los años (Guerrero, 1991). Por ejemplo, si se repite cada 7 días, 3 meses ó 12 meses, se dice que la serie es semanal, trimestral y anual, respectivamente. La metodología de ajuste de series de tiempo estacionales es la misma que se emplea para las series no-estacionales, esto es la metodología de Box y Jenkins (1976).

Operadores y modelos estacionales

El operador de diferencia estacional se define como

$$\frac{k}{E}X_t = (1-B^E)^k X_t \dots\dots\dots(5)$$

y un polinomio de retraso estacional de orden k con coeficientes constantes

$$G(B^E) = 1 - g_1 B^E - g_2 B^{2E} - \dots - g_k B^{kE} \dots\dots\dots(6)$$

Así por ejemplo, si $E=2$ y $k=2$, se tiene:

$$\frac{2}{12} X_t = (1 - B^{12})^2 X_t = X_t - 2 X_{t-12} + X_{t-24} \dots\dots\dots(7)$$

$$G(B^{12}) X_t = (1 - g_1 B^{12} - g_2 B^{24}) X_t = X_t - g_1 X_{t-12} - g_2 X_{t-24} \dots\dots(8)$$

El modelo estacional general ARIMA (P,D,Q) se escribe como:

$$F(B^E) \frac{D}{E} (X_t - m) = Q(B^E) a_t \dots\dots\dots(9)$$

Donde:

m = Nivel de (X_t)

$F(B^E)$ = Polinomio autorregresivo estacional de orden P

$Q(B^E)$ = Polinomio promedio móviles estacional de orden Q

a_t = Ruido blanco

2.3 Análisis de intervención

Una intervención puede ser interpretada como la ocurrencia de un evento externo al comportamiento histórico de la variable en estudio (Guerrero, 1991 y Anderson, 1980).

De acuerdo a Guerrero (1991), el análisis de intervención es una extensión del análisis de procesos ARIMA, ya que un modelo para una serie que contenga los efectos de una intervención, puede expresarse como:

$$(X_t) = \Theta_{t,t} + N_t \dots\dots\dots(10)$$

Donde:

X_t = Serie de tiempo de interés

$\Theta_{t,t}$ = Función que representa los efectos de la intervención

N_t = Modelo ARIMA, estacionario e invertible, que representa a la parte estocástica de la serie (no se consideran efectos estacionales sobre la serie, para evitar complicaciones en la notación) y se escribe como:

$$f(B) \nabla^d N_t = q_0 + q(B)a_t \dots\dots\dots(11)$$

Con (N_t) medida como desviaciones con respecto a su media si $d=0$, mientras que $\Theta_{t,t}$ es una función que permite representar los efectos que se presentaron no sólo en el momento en que ocurrió la intervención, sino después de esta.

La función de $\Theta_{t,t}$ permite medir los cambios ocurridos en la serie de tiempo cuando se presenta la intervención como posterior a ésta. Es necesario, que $\Theta_{t,t}$ sea un modelo dinámico de la intervención.

Para lograr la especificación de $\Theta_{i,t}$, se hace uso de la siguiente función de pulso:

$$R_{i,t} = \begin{cases} 1 & \text{si } t = I \\ 0 & \text{si } t \neq I \end{cases}$$

I se refiere al momento en que ocurrió la intervención. Con esta función, que define a una serie de tiempo toma el valor de 1 en el momento $t = I$ y 0 en cualquier otro momento, es entonces razonable suponer que puede satisfacer una ecuación del tipo:

$$(1 - d_1 B - d_2 B^2 - \dots - d_p B^p) e_{i,t} = (w_0 - w_1 B - w_2 B^2 - \dots - w_q B^q) P_{i,t} \dots (12)$$

Cuya solución depende de la condición:

$$e_{i,t} = 0 \quad \text{para } t < I$$

Ello indica que antes de la intervención no hay efectos atribuibles a ella.

El caso más sencillo de una función de intervención es cuando $p=q=0$, en este caso se tendría $\Theta_{i,t} = W_0 P_{i,t}$ que gráficamente luciría como una función de pulso, en donde la magnitud del “brinco” sería de tamaño W_0

Ahora si se quiere encontrar la solución (o forma explícita) de para otros valores de p y q , es necesario resolver la ecuación (12). Por ejemplo, si $p = 1$ y $q = 1$, se tiene que:

$$e_{i,t} = d_1 e_{i,t-1} + w_0 R_{i,t} - w_1 R_{i,t-1} \dots (13)$$

Lo que conduce explícitamente a

$$\begin{aligned} e_{i,I} &= w_0 \\ e_{i,I+1} &= d_1 w_0 - w_1 \\ e_{i,I+2} &= d_1^2 w_0 - d_1 w_1 \dots (14) \\ &\dots \\ e_{i,I+m} &= d_1^m w_0 - d_1^{m-1} w_1 \end{aligned}$$

o sea que:

$$e_{I,t} = \begin{cases} 0 & \text{si } t < I \\ w_0 & \text{si } t = I \\ d_1^{t-I} w_0 - d_1^{t-I-1} w_1 & \text{si } t > I \end{cases} \quad \dots\dots\dots(15)$$

A partir del modelo (12) se postula un modelo dinámico más general, en el cual se consideran raíces unitarias para el polinomio de retraso que opera sobre $\Theta_{I,t}$, de esta forma se obtiene:

$$d(B) \frac{d}{dt} e_{I,t} = w(B) P_{I,t} \quad \dots\dots\dots(16)$$

Con

$$d(B) = 1 - d_1 B - d_2 B^2 - \dots - d_p B^p$$

y

$$w(B) = w_0 - w_1 B - w_2 B^2 - \dots - w_q B^q$$

Y la ecuación (16) representa el Modelo Dinámico General de Intervención.

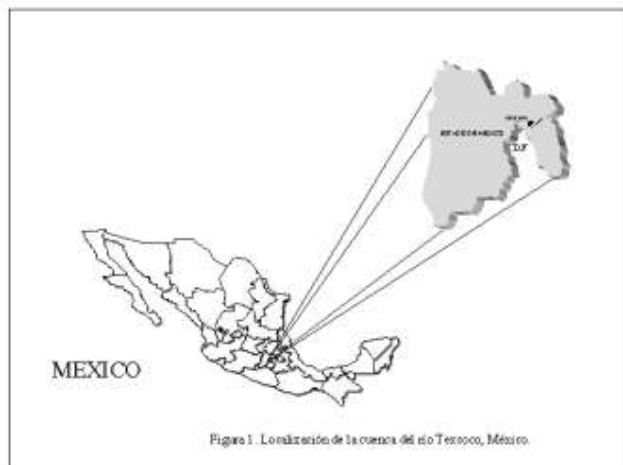
3. Materiales y Métodos

3.1 Área de estudio

El presente estudio se realizó en la cuenca del río Texcoco, que se localiza en la zona oriente de la Cuenca de México. Sus coordenadas geográficas extremas son: 19° 25' 00" y 19° 30' 08" de latitud norte, y 98° 43' 25" y 98° 51' 43" de longitud oeste y abarca una superficie de 2940 hectáreas. Se ubica en el municipio de Texcoco (Figura 1).

El área se caracteriza por presentar una topografía accidentada representada por lomeríos y cañadas, los escurrimientos son torrenciales, los suelos son delgados y se encuentran muy erosionados, y con afloramiento de tepetate. El tepetate aflora en el piedemonte y según Peña y Zebrowski (1992), se ha originado a par-

tir de brechas volcánicas y flujo piroclástico fino, bajo diferentes condiciones climáticas. El clima es templado subhúmedo con lluvias en verano, con una precipitación que fluctúa entre los 700 y 1000 mm anuales, y una temperatura media anual de 14.5° C.



En la parte alta de la cuenca se tienen tres grandes extensiones de bosques, a menor altitud se presenta el bosque de encino (*Quercus sp.*), luego el de oyamel (*Abies religiosa*) y en las partes altas, el bosque de pino (*Pinus hartwegii*). Estos tres tipos de bosques abarcan casi un 60% de la superficie total de la cuenca. En la parte baja se practica la agricultura de temporal y entre los cultivos principales se puede mencionar al maíz (*Zea mays*), frijol (*Phaseolus vulgaris*), cebada (*Hordeum vulgare*) y haba (*Vicia faba*). Finalmente, dentro de la cuenca se localizan áreas de reforestación o de plantaciones forestales, tanto en cepa común como en zanja-trinchera. Las principales especies forestales con las que se reforestaron las zonas erosionadas, de acuerdo a Arias y otros., (1990) son *Pinus radiata*, *Pinus montezumae* y *Cupressus lindleyi*.

3.2 Análisis estadístico de los datos de producción de sedimentos

Para medir el impacto del manejo integral de la cuenca a través de las obras y prácticas de rehabilitación de suelos, las reforestacio-

nes y los cambios de uso del suelo, se analizaron primero datos anuales y posteriormente mensuales de la producción de sedimentos o azolves. Para ello, se utilizaron los datos reportados por la Comisión de Aguas del Valle de México (actualmente Gerencia Regional de Aguas del Valle de México, dependiente de la Comisión Nacional del Agua) en el período de 1961-1990, con las técnicas que a continuación se describen.

Para el análisis anual, la información se agrupó en dos periodos, de 1961-1977, esto es, antes del proyecto y de 1978-1990 después del proyecto. Para ambos periodos se calcularon las estadísticas básicas en el procedimiento de medias (MEANS) del paquete estadístico Statistical Analysis System (SAS). Estas consistieron en obtener la media, desviación estándar, y el valor máximo y mínimo, con el objetivo de contrastar y conocer la variación de los azolves en el período de estudio. Posteriormente se efectuó una prueba de medias usando para ello la técnica estadística *t* de Student, el valor absoluto de *t* se comparó con el valor de la distribución *t* de Student de dos colas, con $v = n_1 + n_2 - 2$ grados de libertad y con un 5% de nivel de significancia.

Para el análisis mensual, se efectuó un análisis estadístico, a través de series de tiempo con la técnica de Intervención de Box y Tiao (1975).

El período de análisis de los escurrimientos es de 1961 a 1990 y el año en que ocurrió la intervención fue en 1978; en este año fue implementado el proyecto de rehabilitación de suelos en la cuenca del río Texcoco.

La metodología de series de tiempo, en el presente trabajo, se aplicó en el paquete estadístico SAS (ETS procedure; SAS Institute Inc, 1989) de la siguiente manera:

- a) Se graficaron los datos de la serie de interés para identificar la tendencia de la variable bajo estudio;
- b) Se identificó la tendencia para aplicar modelos de series de tiempo univariadas o estacionales;
- c) En el procedimiento ETS de SAS, se calcularon la varianza y la media de la serie para detectar cambios de nivel de la variable en estudio;
- d) Aplicación del operador diferencia para estabilizar el nivel de la serie para estabilizar la varianza y la media;
- e) Se determinó el momento de la intervención, que pudo haber cambiado el comportamiento de la variable de interés;

- f) Construcción de un modelo con datos anteriores a la intervención;
- g) Se construyó el modelo dinámico para representar el efecto de la intervención, y luego se estimó el modelo completo, esto es, se estimaron simultáneamente tanto los parámetros de la función de la intervención como los del modelo; y
- h) Verificación de los supuestos del modelo completo.

4. Resultados y Discusión

A continuación se presentan los resultados a nivel anual como mensual, del análisis estadístico aplicado a los datos de producción de sedimentos, en la cuenca del río Texcoco.

4.1. Análisis de producción de sedimentos en el área de estudio

a) Evaluación anual

Como se menciono anteriormente, el primer análisis fue anual para los sedimentos en suspensión que salen fuera de la cuenca del río Texcoco, con la información que se reporta en el Cuadro 1, se obtuvo que en el primer periodo (SIN proyecto) variaron de 17,641 m³ a 1,410 m³ y tuvieron un promedio de 7,845 m³, y en contraste con el segundo periodo (CON el proyecto), los sedimentos variaron de 6,160 m³ a 0 m³ con un promedio de 1461 m³. Esto representa una disminución en la producción de sedimentos de 6,384 m³ (81.4%) que en el período de 1978-1990 equivale a 491.1 m³ por año.

El volumen de sedimento aportado por la cuenca del río Texcoco antes del proyecto, fue de 7,845 m³ en 17 años, mismos que quedaron en el vaso del lago de Texcoco, azolvando los sistemas de drenaje y las obras de almacenamiento (lagos artificiales).

Para el segundo periodo (13 años) el volumen sedimentado fue de 1,461 m³, cantidad inferior a la del periodo inicial. El total de sedimentos aportados de 1961 a 1990 fue de 152,363 mil m³ que al compararlo con el área de drenaje da una degradación de 5,182.1 mm (5.18 m) en el periodo bajo estudio.

De acuerdo a la Figura 2, se observa una tendencia a la baja de los sedimentos, esto como resultado de la construcción de los trabajos de rehabilitación de suelos, reforestaciones y cambios de uso

del suelo, hasta tal grado que para el año de 1990 no se reportan sedimentos. Por esta razón, del año de 1991 y a la fecha, la Gerencia Regional de Aguas del Valle de México no realiza aforos hidrológicos en la cuenca.

Cuadro 1. Producción de azolves, en la cuenca del río Texcoco

SIN el proyecto			CON el proyecto		
Número	Año	Azolves (m ³)	Número	Año	Azolves (m ³)
1	1961	7961	1	1978	4380
2	1962	11930	2	1979	3770
3	1963	17641	3	1980	110
4	1964	5829	4	1981	6160
5	1965	13268	5	1982	2170
6	1966	9832	6	1983	600
7	1967	6272	7	1984	1090
8	1968	14540	8	1985	210
9	1969	4190	9	1986	320
10	1970	4710	10	1987	130
11	1971	3480	11	1988	60
12	1972	16460	12	1989	0
13	1973	6090	13	1990	0
14	1974	5290			
15	1975	3030			
16	1976	1430			
17	1977	1410			

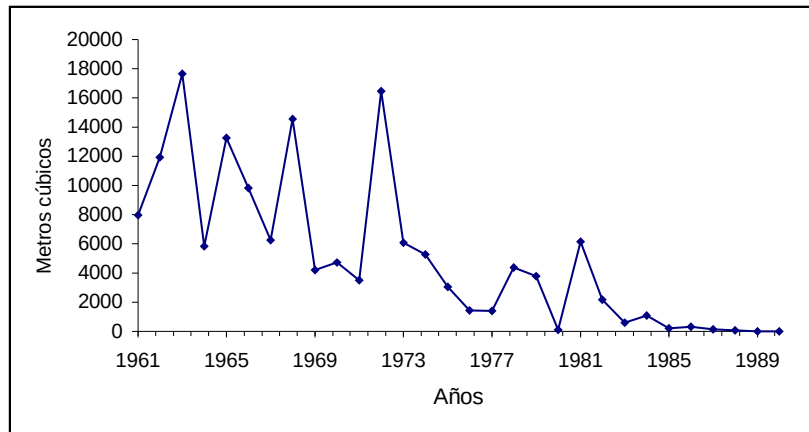


Figura 2. Producción de azolves, en la cuenca del río Texcoco.

La prueba estadística de medias, a través de la *t* de Student calculada para sedimentos fue de 4.0 y la de tablas de 1.7 con un nivel de significancia del 5%, lo que indica que las medias son diferentes. Aunque es importante mencionar que el resultado se debe tomar con reservas, ya que la prueba de *t* es aplicable cuando las observaciones de cada muestra son independientes, y aquí los datos son dependientes a través del tiempo.

b) Evaluación mensual

Los datos estadísticos de los sedimentos o azolves mensuales en el período de 1961-1990, de la cuenca del río Texcoco, se presentan en el Cuadro 2. Los resultados del análisis estadístico de intervención se reportan de acuerdo a la metodología de Box y Jenkins (1976).

Cuadro 5. Azolve mensual (m³), en la cuenca del río Texcoco.

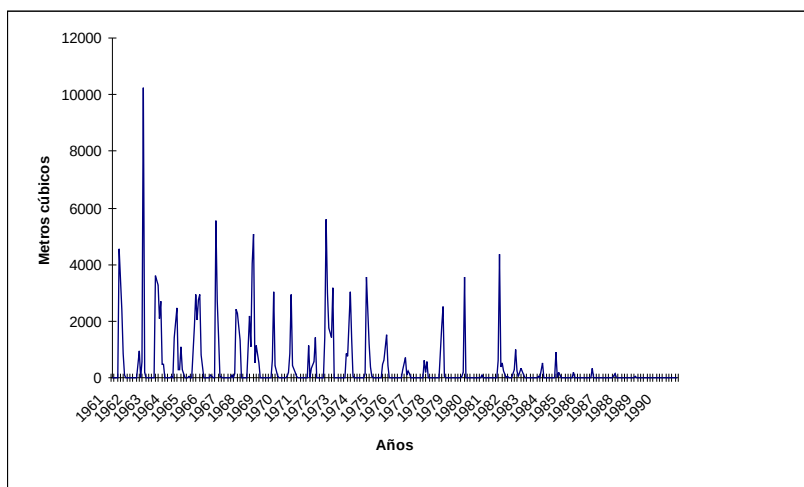
Año	Ene.	Feb.	Mar.	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Sept.	Octubre	Nov.	Dic.
1961	0	0	0	0	0	4549	2442	850	106	14	0	0
1962	0	0	0	3	0	926	7	546	10251	197	0	0
1963	0	0	0	4	3593	3270	2097	2704	474	494	0	5
1964	0	0	54	0	1442	2459	264	267	1072	271	0	0
1965	0	28	0	18	1788	2921	2056	2735	2929	793	0	0
1966	0	0	1	101	0	8	5550	2695	1426	51	0	0
1967	2	0	0	0	110	3	130	2420	2260	1320	0	0
1968	0	0	0	2180	1080	4050	5060	510	1130	530	0	0
1969	0	0	0	0	0	0	640	3040	450	60	0	0
1970	0	0	0	60	180	840	2930	440	190	70	0	0
1971	0	0	0	0	0	1160	20	340	550	1410	0	0
1972	0	0	0	1420	5620	3010	1770	1430	3190	20	0	0
1973	0	0	0	0	10	860	750	3050	1380	40	0	0
1974	0	0	0	0	0	160	3540	1170	370	50	0	0
1975	0	0	0	0	480	640	1500	410	0	0	0	0
1976	0	0	0	0	0	270	690	100	230	140	0	0
1977	0	0	0	0	0	0	640	200	550	0	0	20
1978	0	0	0	0	0	1820	2510	50	0	0	0	0
1979	0	0	0	0	0	0	40	170	3550	0	0	10
1980	0	0	0	0	0	10	10	90	0	0	0	0
1981	0	0	0	0	0	640	4370	360	500	230	0	60
1982	0	0	0	270	1010	220	40	210	330	90	0	0
1983	0	0	0	0	0	0	0	60	0	540	0	0
1984	0	0	0	0	0	0	890	0	200	0	0	0
1985	0	0	0	0	0	210	0	0	0	0	0	0
1986	0	0	0	0	0	320	0	0	0	0	0	0
1987	0	0	0	0	0	0	0	130	0	0	0	0
1988	0	0	0	0	0	0	0	0	60	0	0	0
1989	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1990	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Fuente: Gerencia de Aguas del Valle de México, 1993.

Identificación

Para identificar el modelo de series de tiempo, se procedió a analizar los datos de volúmenes de sedimentos mensuales.

Se graficaron los datos de los sedimentos (Figura 3) para identificar la tendencia de la serie, y aplicar modelos de series de tiempo univariadas o estacionales.



Como se observa en la anterior gráfica, la serie presenta una tendencia estacional, influenciada directamente por el periodo de lluvias. Lo anterior, se aprecia claramente en el Cuadro 2, ya que en un año se distinguen dos periodos bien definidos, uno que corresponde a la época de lluvias y el otro a la de secas.

Debido a la tendencia estacional que presenta la serie, se aplicó el operador diferencia (∇) con la finalidad de estabilizar la varianza y la media. El operador diferencia aplicado fue de orden 6 y 12, que corresponde a una tendencia semestral y anual, respectivamente. Sin embargo, no se estabilizó la serie debido a que existe una gran heterogeneidad de los valores de la serie. Es decir, se tienen valores altos para el periodo de lluvias y valores pequeños para el periodo de secas.

Para resolver el problema de variabilidad de los datos, se aplicó la transformación logarítmica, para lo cual fue necesario sumar, primero, la cantidad de 10 a cada uno de los datos de sedimentos

mensuales. Nuevamente se calcularon la varianza y la media de los datos con logaritmos y se analizaron las gráficas de autocorrelación, autocorrelación inversa y autocorrelación parcial, para ver la estacionalidad de la serie y aplicar el operador diferencia, que en este caso fue de los órdenes de 6 y 12.

Como se distingue en el Cuadro 3, al diferenciar la serie la desviación estándar disminuye con la aplicación del operador diferencia de orden 6, pero disminuye más con la serie diferenciada de orden 12. Por tal motivo, con ésta última se modeló la serie de tiempo de producción de sedimentos.

Cuadro 3. Diferenciación de los datos de azolves mensuales con logaritmos (m^3)

Estadística	Datos sin diferenciar	Serie diferenciada (6)	Serie diferenciada (12)
Media	3.65	-0.017	-0.06
Desviación estándar	2.03	3.27	1.89
Núm. observaciones	360	354	348

Una vez estabilizada la varianza y la media de la serie se analizaron las gráficas de autocorrelación, de autocorrelación inversa y parcial, de la serie diferenciada de orden 12, con el fin de determinar los órdenes de los polinomios autorregresivos (p) y de promedios móviles (q), y proponer los posibles modelos de la serie de tiempo y así obtener el modelo ARIMA (p,d,q).

Estimación

Esta etapa consistió en examinar las gráficas de autocorrelación, autocorrelación inversa y parcial para ver si presentaban picos en los *lags* que se encontraran fuera de las bandas de confianza de las gráficas, ya que éstos sugieren modelos autorregresivos o de promedios móviles de un determinado orden, que depende del *lag* en que se localiza el pico.

Los modelos a probar se corrieron en el procedimiento ETS del SAS, y para aceptarlos o rechazarlos, se verificó que su respectiva varianza de cada modelo fuera menor a la varianza de la serie diferenciada. También el valor absoluto de los parámetros estimados correspondientes a la T ratio, que en realidad es una prueba de t de Student, se compararon contra 1.96 y si el valor de T resultaba mayor, se aceptaba. De igual manera se verificó la parte correspondiente a la correlación entre los parámetros, debido a que los

valores deben ser pequeños o igual a cero, ya que de lo contrario, si son iguales a uno, indica que sobra un parámetro.

En la parte de la salida del programa, relacionada con la autocorrelación de residuales, se analizaron los valores de Ji-cuadrada (12), donde se esperan que estos sean pequeños y los de probabilidad sean grandes.

El modelo que mejor se ajustó a los datos y cumplió con las pruebas estadísticas anteriores fue un modelo estacional multiplicativo de promedios móviles de orden 1, 2 y 12 cuya notación se escribe como:

$$Y_t = (1 - q_1 B^1 - q_2 B^2) (1 - QB^{12}) a_t \dots\dots\dots(17)$$

Donde:

Y_t = Serie de tiempo

$1 - B^{12}$ = (1 - B^{12}) = Operador diferencia de orden 12

$(1 - q_1 B^1 - q_2 B^2) (1 - QB^{12})$ = Polinomio multiplicativo estacional

a_t = Error aleatorio

$$(1 - B^{12}) Y_t = (1 - B^{12}) W_0 X_t + (1 - q_1 B^1 - q_2 B^2) (1 - QB^{12}) a_t$$

Una vez modelada la serie, se procedió a modelar la intervención.

La aplicación de las obras y prácticas de rehabilitación de suelos (variable), tomó el valor de 0 antes de 1978 y 1 a partir de 1978. Para medir el impacto se multiplicó por el coeficiente, el cual medía dicho impacto. Finalmente, se multiplicó el término $W_0 X_t$ por $1 - B^{12}$ ya que se encontró que el impacto fue permanente.

Por lo tanto, el modelo final quedó expresado como:

$$Y_t = W_0 X_t + (1 - q_1 B^1 - q_2 B^2) (1 - QB^{12}) a_t \dots\dots\dots(18)$$

que es igual a:

$$Y_t = W_0 X_t + \frac{(1 - q_1 B^1 - q_2 B^2) (1 - QB^{12}) a_t}{(1 - B^{12})} \dots\dots\dots(19)$$

Los valores de los parámetros del modelo, se presentan en el Cuadro 4.

Cuadro 4. Valores de los parámetros del modelo de intervención de azolves.

Parámetro	Valor estimado	Error estándar	T Ratio
θ_1	-0.30189	0.05345	-5.65
θ_2	-0.12379	0.05257	-2.35
Θ	0.82465	0.04016	20.53
W_0	-0.83218	0.31630	-2.63

Sustituyendo los valores en el modelo de intervención:

$$Y_t = -0.83218 X_t + \frac{(1 + 0.30189B + 0.12379B^2)(1 - 0.82465B^{12})a_t}{(1 - B^{12})} \dots(20)$$

Verificación

El modelo seleccionado fue probado para detectar posibles violaciones a los supuestos que fundamentan al mismo.

La correlación entre los estimadores es menor de 0.5, lo cual implica que no se puede reducir el número de parámetros involucrados, ya que todos son necesarios para explicar el comportamiento de la serie.

Las hipótesis probadas fueron:

H_0 . Los residuales son ruido blanco o error aleatorio

H_a . Los residuales no son ruido blanco o error aleatorio

En la hipótesis nula se prueba que los residuales son error aleatorio. Esto es, que quedan dentro de las bandas de confianza, mientras que en la hipótesis alternativa se prueba que los residuales no sean errores aleatorios. Al quedar comprendidos los residuales dentro de las bandas de la gráfica de residuales, indica implícitamente que la media es igual a cero y la varianza se mantiene constante.

Se verificaron los supuestos del modelo de intervención de series de tiempo, con el propósito de detectar posibles violaciones a los supuestos. Y en la gráfica de residuales, éstos se localizaron dentro de las bandas, por lo que no se rechazó la hipótesis nula. También, al quedar los residuales dentro de las bandas, significa que la media es igual a cero y la varianza se mantiene constante.

Resultado del modelo

Los resultados del modelo se interpretan en términos de porcentaje (Cryer, 1990), ya que se utilizó una transformación logarítmica a los datos mensuales de azolves. La variable de intervención, está representada por $\beta = 0.83$, lo que significa que los azolves mensuales disminuyeron en un 83 %, a partir de la implementación del proyecto de rehabilitación de suelos y que consistió en la construcción de terrazas, presas de control de azolves y reforestaciones.

Por otra parte, al comparar los resultados obtenidos a nivel anual como los de nivel mensual, se tiene que éstos son similares ya que los primeros impactan con un 81.4% de disminución, mientras que a nivel mensual el análisis indica que el impacto es del 83%

Conclusiones

Los resultados derivados del presente estudio y abordados previamente, permitieron llegar a las siguientes conclusiones.

Se conoció el impacto del manejo integral en la cuenca del río Texcoco, sobre la producción de sedimentos a nivel anual, y la reducción de éstos fue de 81.4%.

El Análisis de Intervención de Series de Tiempo, identificó un cambio en el nivel de los datos de producción de sedimentos o azolves, a partir de la implementación del manejo integral de la cuenca del río Texcoco.

El Análisis de Intervención de Series de Tiempo, permitió cuantificar el impacto del manejo integral de la cuenca del río Texcoco, que consistió en la construcción de terrazas, presas de control de azolves y reforestaciones. El impacto de estos trabajos fue de 83%, en la reducción de la producción de azolves.

El empleo de las series de tiempo, en este tipo de estudios es adecuado, ya que las observaciones de las variables hidrológicas están autocorrelacionadas.

Dada la variabilidad de los datos de escurrimientos y sedimentos, se aplicó la transformación logarítmica y se sumó la cantidad de 10 a cada dato mensual de ambas variables hidrológicas y la interpretación de los resultados fue en términos porcentuales.

Bibliografía

- Anderson O. D., 1980: *Forecasting*, Amsterdam, Netherlands: North-Holland Publishing Company.
- Arias R., y otros, 1990: *Evaluación del Programa de Reforestación del Proyecto Lago de Texcoco*, México: INEISACH-Proyecto Lago de Texcoco.
- Beauchamp J., y otros, 1989: "Comparison of regression and time-series methods for synthesizing missing streamflow records" en *Water Resources Bulletin* 25 (5).
- Box G., E.P. and Jenkins, G.M. 1976: *Time Series Analysis, Forecasting and Control*, San Francisco, USA: Holden-day.
- Box G., P. and Tiao G.C. 1975. "Intervention analysis with applications to economic and environmental problems" en *Journal of the American Statistical Association*, 70 (349).
- Bruce L., B. and R. T. O'Connell, 1983: *Time Series and Forecasting*, Boston: Duxbury Press.
- Gerencia de Aguas del Valle de México, 1993: *Boletín Hidrológico* No. 43, México DF: Comisión Nacional del Agua.
- Comisión del Lago de Texcoco, 1985: *Informe de Actividades*; México, DF: Dirección de Conservación de Suelo y Agua de la Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos.
- Cryer J. D., 1990: *Time Series Analysis*, Boston: Duxbury Press.
- Figueroa S. B., 1975: *Pérdida de Suelos y Nutrientes y su Relación con el Uso de Suelo en la Cuenca del Río Texcoco*, Chapingo, México: Tesis de Maestría en Ciencias del Colegio de Postgraduados.
- Flores, R. D. y otros, 1996: "Duripans in subtropical and temperate subhumid climate in the transmexican volcanic belt" en *Revista Mexicana de Ciencias Geológicas*. Vol. 13, No. 2, México: Universidad Nacional Autónoma de México.
- Guerrero, V. M., 1991: *Análisis Estadístico de Series de Tiempo Económicas*, México, DF: Universidad Autónoma Metropolitana Iztapalapa.
- Institute Inc., 1989: *SAS/ETS User's Guide, Version 6*, Cary, North Carolina USA.
- Miehlich, G., 1992: "Formation and properties of tepetate in the central highlands of Mexico" en *Terra Primer Simposio Internacional de Suelos Volcánicos Endurecidos*, Vol. 10. Núm. Especial, México: Sociedad Mexicana de la Ciencia del Suelo.